

ВАРИАНТ 1

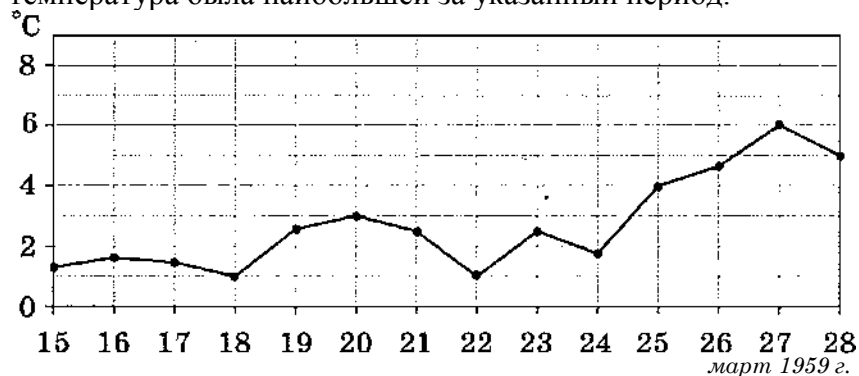
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 начиная с первой клеточки. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи каждый день снимает 22 руб. Если на счёту осталось не больше 22 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 500 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

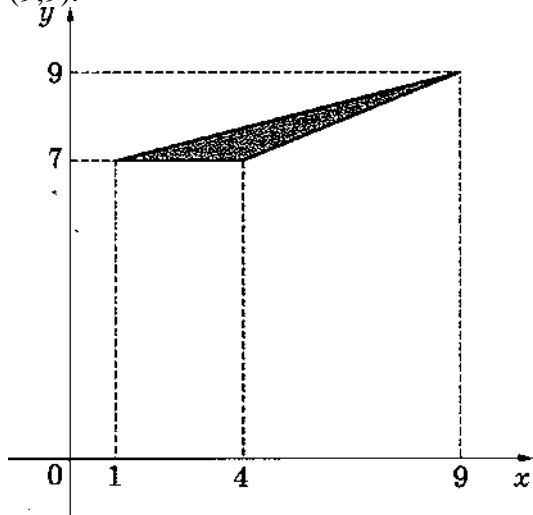
Ответ: _____

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какого числа среднесуточная температура была наибольшей за указанный период.



Ответ: _____

3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(4;7)$, $(9;9)$.



Ответ: _____

4. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика

выпускает 30% этих стёкол, вторая — 70%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____

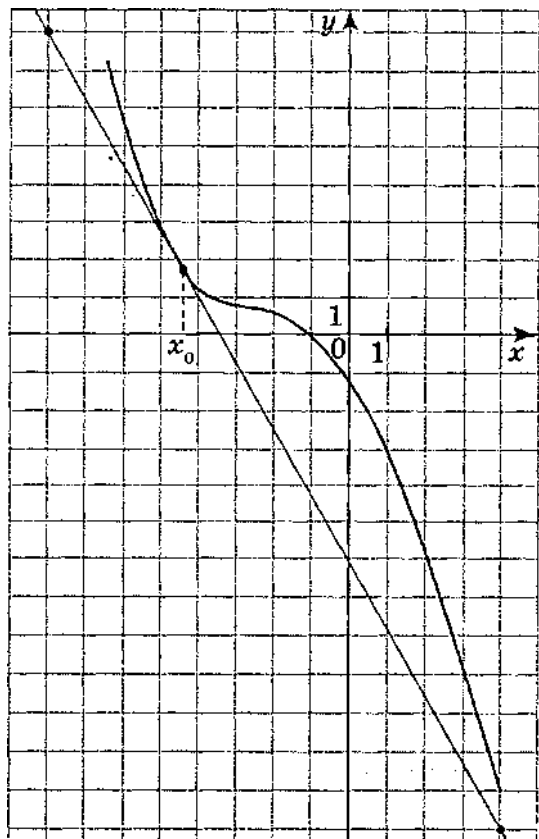
5. Найдите корень уравнения $\log_2(6-x) = 5$

Ответ: _____

6. Один угол параллелограмма больше другого на 12° . Найдите больший угол параллелограмма.

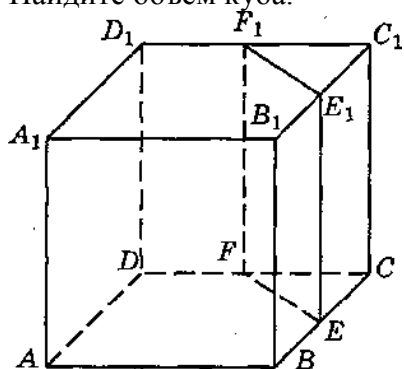
Ответ: _____

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____

8. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 равен 36. Найдите объём куба.



Ответ: _____

9. Найдите значение выражения

$$\sqrt{32} \cos^2 \frac{13\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{13\pi}{8}$$

Ответ: _____

10. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1600$ К, $a = -5$ К/мин², $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1870 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____

11. Моторная лодка прошла против течения реки 55 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 ч меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ: _____

12. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 13 \operatorname{tg} x - 13x + 5 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}, 0 \right]$$

Ответ: _____

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13.

а) Решите уравнение $2\cos 2x + 4\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 13. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно.

Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C .

б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Решите неравенство $\frac{2^x}{2^x - 3} + \frac{2^x + 1}{2^x - 2} + \frac{5}{4^x - 5 \cdot 2^x + 6} \leq 0$.

16. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P .

Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19. На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стёрли.

- а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?
- б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?
- в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$